

Tentamen Kansrekening

Dinsdag 24 januari 2006, 9:00 - 12:00 uur

- Een vaas bevat een bal met nummer 1, twee ballen met nummer 2, drie ballen met nummer 3, vier ballen met nummer 4 en vijf ballen met nummer 5. Je neemt zonder te kijken een bal uit de vaas. Laat X het nummer van de bal zijn.
 - Wat is de kans dat je nummer k trekt, met $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$?
 - Schets de kansverdeling van X .
 - Bereken $E(X)$ en $E(X^2)$.
 - Bereken de variantie $Var(X)$.
- De kans dat een dronken chauffeur na een aanrijding doorrijdt is tien maal zo groot als bij een nuchter bestuurder. Op een avond wordt je aangereden door iemand, die zonder te stoppen doorrijdt. Als je weet dat 10 % van de autobestuurders in de avonden dronken is, bepaal dan de kans dat de persoon die je aanreed, dronken was.
- Zij X een exponentieel verdeelde stochast met parameter $\lambda = 2$, en zij $Y = X^2$.
 - Bepaal de verdelingsfunctie en dichtheid van Y .
 - Bepaal de verwachtingswaarde en variantie van Y .
 - Bepaal de correlatiecoëfficiënt $\rho_{X,Y}$.
- Laat U en V twee stochastische variabelen zijn met $E(U^2) < \infty$ en $E(V^2) < \infty$.

Voor welke waarden a^* en b^* wordt de functie $(a, b) \mapsto E(U - aV - b)$ minimaal? Vind een uitdrukking voor a^* en voor b^* . Gebruik hierbij de varianties σ_U^2 , σ_V^2 en de covariantie $\rho_{U,V}$.
- Laat X_i een rij stochasten die onderling onafhankelijk zijn en dezelfde verwachtingswaarde hebben. Deze zijn allen ook onafhankelijk van een discrete stochast $N \in \mathbb{N}$. Beschouw de som

$$S_N = \sum_{i=1}^N X_i$$

Toon aan dat geldt $E(S_N) = ENEX_1$ (formule van Wald).